Nafouz

التمرين الأول ☹☺(04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-8z+17=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط D,B,A التي لواحقها على الترتيب $a=4-i$, $b=4+i$ و $d=-i$.

و ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\omega=2$ و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$

أ) بين أنَ العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'=iz+2-2i$.

ب) تحقق أنَ لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي $c=1+2i$.

ج) بين أنَ : $\dfrac{c-d}{c-b}=-i$ ثم أستنتج طبيعة المثلث BCD.

د) بين أنَ النقط C,B,A و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها .

ه) عين $\left(E\right)$ مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون ، $\left|-i-z\right|^2-\left|4-i-z\right|^2=16$.

التمرين الثاني ☹ ☺(05 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين $A\left(2,1,1\right)$, $I\left(3,-1,0\right)$ و

$\left(P\right)$ مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ من الفضاء التي تحقق، $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$

1) أ) بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة $\left(P\right)$.

ب) بين أن المجموعة $\left(P\right)$ هي مستو $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له.

2) لتكن $\left(S\right)$ سطح كرة مركزها النقطة I وتمر من النقطة A .

- تحقق أن نصف قطر سطح الكرة $\left(S\right)$ هو $R=\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لسطح الكرة $\left(S\right)$

3) ليكن $\left(P'\right)$ المستوي ذي المعادلة $2x-y+z-4=0$.

أ) بين أن $\left(P'\right)$ يقطع $\left(S\right)$ وفق دائرة $\left(C\right)$ يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها r.

ب) لتكن $B\left(2;-2;-2\right)$ نقطة من الفضاء تحقق من أن القطعة $\left[AB\right]$ أحد أقطار الدائرة $\left(C\right)$.

ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(Q\right)$ المماس لسطح الكرة $\left(S\right)$ في النقطة B .

Nafouz

☝ التمرين الثالث ☺☺ (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7 .

2) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $19^{6n+3} - 5^{6n+4} + 4n^2 + 1$ قابلا للقسمة على العدد 7 .

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1xx0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 . حيث x عدد طبيعي .

أ) عين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35 .

ب) أكتب العدد N في النظام العشري .

☝ التمرين الرابع☹ ☺ (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x + 3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل عدد موجب تماما x ، $f'(x) = \dfrac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.

5) أحسب $f(4)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f).

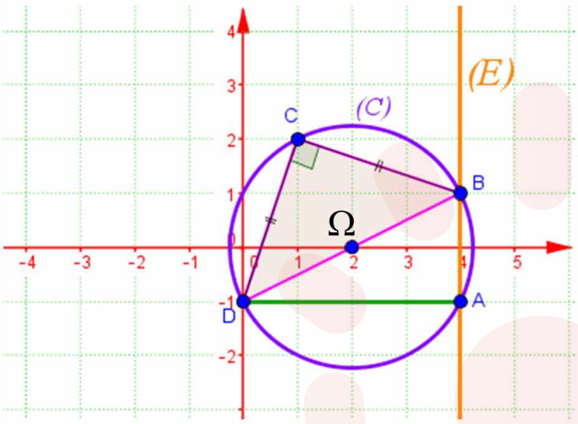
II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $u_0 = \dfrac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 < u_n < 2$.

2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ثم استنتج أنها متقاربة .

3) عين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

التصحيح	العلامة
☜ **التمرين الأول :**	
1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-8z+17=0$.	
• **حل المعادلة : $z^2-8z+17=0$** - حساب المميز Δ : $\Delta=(-8)^2-4(1)\times(17)=-4$ أي $\Delta=(2i)^2$ - المعادلة تقبل حلين هما : $z_1=\frac{8-2i}{2}=4-i$ ، $z_2=\frac{8+2i}{2}=4+i$ مجموعة الحلول: $S=\{4-i;4+i\}$	$0.5+2\times0.25$
2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A,B,D التي لواحقها على الترتيب $a=4-i, b=4+i$ و $d=-i$. **و ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة Ω ذات اللاحقة $\omega=2$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$** **أ) بين أنَ العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'=iz+2-2i$.**	
• **تبيان أن العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'=iz+2-2i$:** - العبارة المركبة للدوران R من الشكل : $z'-\omega=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-\omega)$ أي $z'-2=i(z-2)$ ومنه $z'=i(z-2)+2=iz+2-2i$ **إذن** $z'=iz+2-2i$	0.75
ب) تحقق أنَ لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي $c=1+2i$	
• **التحقق أن لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران R هي $c=1+2i$:** • **لدينا :** $R(B)=C$ يعني $c=i\times b+2-2i=i(4+i)+2-2i=4i-1+2-2i=1+2i$ $c=1+2i$	0.25
ج) بين أنَ : $\frac{c-d}{c-b}=-i$ ثم أستنتج طبيعة المثلث BCD.	
• **تبيان أن** $\frac{c-d}{c-b}=-i$: - لدينا : $\frac{c-d}{c-b}=\frac{1+2i-(-i)}{1+2i-(4+i)}=\frac{1+3i}{-3+i}=\frac{(1+3i)(-3-i)}{(-3+i)(-3-i)}$ ومنه $\frac{c-d}{c-b}=\frac{-3-i-9i+3}{9+1}=\frac{-10i}{10}=-i$	0.5

<table>
<tr>
<td>• استنتاج طبيعة المثلث BCD:
- لدينا : $\left|\frac{c-d}{c-b}\right| = |-i| = 1$ ولدينا $\arg\left(\frac{c-d}{c-b}\right) = \arg(-i) = -\frac{\pi}{2}$
- يعني $\frac{DC}{BC} = 1$ أي $DC = BC$ و $\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DC}\right) = -\frac{\pi}{2}$ أي $\overrightarrow{BC} \perp \overrightarrow{DC}$
إذن المثلث BCD قائم في C ومتساوي الساقين</td>
<td>$0.25 + 0.25$</td>
</tr>
<tr>
<td>د) بين أنَ النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>• تبيان أنَ النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة :


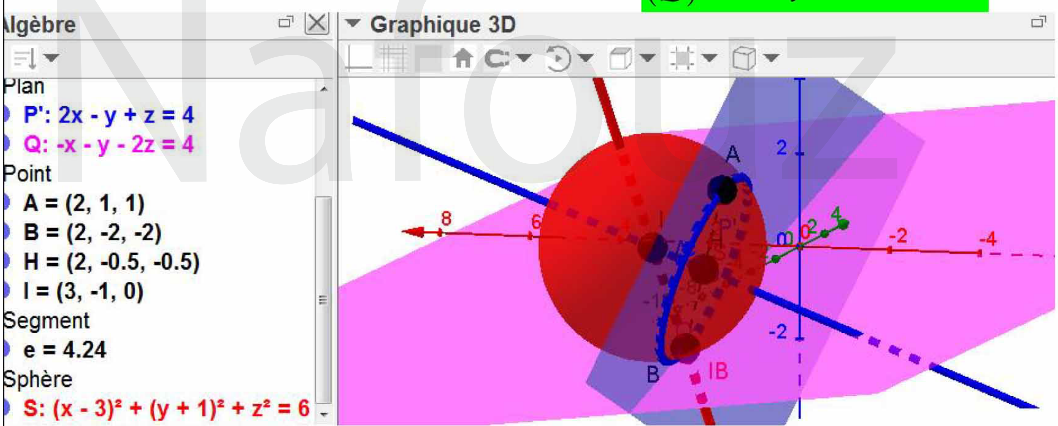
المثلث BCD قائم في C وبالتالي
النقط B,C,D تنتمي الى دائرة مركزها
منتصف الوتر أي Ω.
ولدينا :
$\Omega A = |z_A - z_\Omega| = |4-i-2| = |2-i|$
$\Omega A = \sqrt{5}$
إذن : $\Omega A = \Omega B = \Omega C = \Omega D = \sqrt{5}$
ومنه النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة
مركزها $\Omega(2;0)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{5}$.</td>
<td>0.5

0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>ه) عين (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث يكون ،
$|-i-z|^2 - |4-i-z|^2 = 16$.</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>• تعيين مجموعة النقط (E) من المستوي والتي تحقق : $|-i-z|^2 - |4-i-z|^2 = 16$:
$|-i-z|^2 - |4-i-z|^2 = 16$ يعني $MD^2 - MA^2 = 16$
ولتكن النقطة I منتصف القطعة $[DA]$
إذن لدينا : $\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{ID}\right)^2 - \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2 = 16$
أي $\overrightarrow{MI}^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{ID}^2 - \overrightarrow{MI}^2 - 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IA}^2 = 16$
ومنه $2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{ID} - 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} = 16$ لان $\overrightarrow{ID}^2 = \overrightarrow{IA}^2$ (I منتصف القطعة $[DA]$)
وبالتالي : $2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IA}\right) = 16$ أي $2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{AD} = 16$
إذن : $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{DA} = 8$
لتكن H المسقط العمودي للنقطة M على (DA) حيث $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{DA} = 8$
أي $IH \times DA = 8$
- ولدينا : $DA = |z_A - z_D| = |4-i+i| = |4| = 4$ وبالتالي $IH = 2$
- وبالتالي H منطبقة على النقطة A.
إذن $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{DA} = 8$ يعني $\left(\overrightarrow{IH}+\overrightarrow{HM}\right).\overrightarrow{DA} = 8$
ومنه $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{HM}.\overrightarrow{DA} = 8$ أي $8 + \overrightarrow{HM}.\overrightarrow{DA} = 8$
وبالتالي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{DA} = 0$ (لان $H = A$)
أي المجموعة (E) هي المستقيم العمودي على (DA) و المار من A</td>
<td>01</td>
</tr>
</table>

Nafouz

$(E)=(AB)$ ☜ **أوبطريقة أخرى :** $\|-i-z\|^2-\|4-i-z\|^2=16$ **يعني** $\|-i-x-iy\|^2-\|4-i-x-iy\|^2=16$ ومنه : $\|-x+i(-1-y)\|^2-\|4-x+(-1-y)\|^2=16$ أي $(-x)^2+(-1-y)^2-(4-x)^2-(-1-y)^2=16$ ومنه $x^2-16+8x-x^2=16$ ومنه : $8x=32$ **وبالتالي :** $x=4$ **المجموعة** (E) **هي المستقيم ذي المعادلة** $x=4$ **العمودي على** $(x'x)$ **والمار من النقطة** A	
☜ **التمرين الثاني :**	
في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ **نعتبر النقطتين** $I(3,-1,0),A(2,1,1)$ **و** (P) **مجموعة النقط** $M(x,y,z)$ **من الفضاء التي تحقق،** $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$	
1) أ) بين أن النقطة A تنتمي الى المجموعة (P) .	
• **تبيان أن النقطة A تنتمي الى المجموعة** (P) **:** - **لدينا :** $AA^2-\overrightarrow{AA}.\overrightarrow{AI}=0$ ومنه $A\in(P)$	0.5
ب) بين أن المجموعة (P) **هي مستو** $x-2y-z+1=0$ **معادلة ديكارتية له.**	
• **تبيان أن المجموعة** (P) **هي مستو** $x-2y-z+1=0$ **معادلة ديكارتية له:** - **لدينا :** $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$ يعني $\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$ **ومنه** $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MI})=0$ أي $\overrightarrow{MA}.(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{IM})=0$ **وبالتالي** $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{IA}=0$ أي $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AI}=0$ **المجموعة** (P) **هي مستو** $\overrightarrow{IA}$ **شعاع ناظمي له و يمر من النقطة** A - **تعيين معادلة ديكارتية للمستوي** (P)**:** لدينا : $\overrightarrow{AI}(1;-2;-1)$ معادلة (P) **من الشكل** $x-2y-z+d=0$ - **تعيين قيمة** d : نعوض بإحداثيات النقطة A **نجد :** $2-2(1)-1+d=0$ **ومنه** $d=1$ **أي معادلة** (P) **هي** $x-2y-z+1=0$	0.5

	2) لتكن (S) سطح كرة مركزها النقطة I وتمر من النقطة A. ▪ **تحقق أن نصف قطر سطح الكرة (S) هو $R=\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S)**
0.5 0.5	• **التحقق أن نصف قطر (S) هو $R=\sqrt{6}$:** - لدينا : $R=AI=\sqrt{(1)^2+(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$. - **تعيين معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S):** $(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=6$
	3) ليكن (P') المستوي ذي المعادلة $2x-y+z-4=0$. **أ) بين أن (P') يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H ونصف قطرها r.**
0.25	• **تبيان أن (P') قطع (S) وفق دائرة (C):** - لدينا : $d(I,(P'))=\dfrac{\lvert 2(3)-(-1)+0-4\rvert}{\sqrt{(2)^2+(-1)^2+(1)^2}}=\dfrac{\lvert 3\rvert}{\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ أي لدينا : $d(I,(P'))<R$ ومنه **(P') قطع (S) وفق دائرة (C)**
0.75	• **تعيين مركز الدائرة (C) ونصف قطرها :** - **تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) المار من I مركز سطح الكرة (S) و العمودي على (P'):** $(\Delta):\begin{cases}x=2t+3\\y=-t-1;(t\in\mathbb{R})\\z=t\end{cases}$ - **تعيين H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع المستوي (P'):** نحل لجملة : $\begin{cases}x=2t+3\\y=-t-1\\z=t\\2x-y+z-4=0\end{cases}$ إذن : $2(2t+3)-(-t-1)+t-4=0$ ومنه $6t+3=0$

وبالتالي $t=-\frac{1}{2}$ و بالتالي $\begin{cases}x=2\\ y=-\frac{1}{2}\\ z=-\frac{1}{2}\end{cases}$ أي $H\left(2;-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ **حساب نصف قطر دائرة التقاطع** (C): $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(P')\right)}=\sqrt{6-\frac{6}{4}}$ $r=\frac{3\sqrt{2}}{2}$	
ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ **نقطة من الفضاء تحقق من أن القطعة** $[AB]$ **أحد أقطار الدائرة** (C)	
• **التحقق من أن القطعة** $[AB]$ **أحد أقطار الدائرة** (C): - **لدينا :** $AB=\sqrt{(2-2)^2+(-2-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}=2r$ **وبالتالي** $[AB]$ **أحد أقطار الدائرة** (C)	0.5
ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) **المماس لسطح الكرة** (S) **في النقطة** B .	
• **كتابة معادلة ديكارتية للمستوي** (Q): - $\overrightarrow{IB}(-1;-1;-2)$ شعاع ناظمي للمستوي (Q). - معادلة (Q) من الشكل $-x-y-2z+d=0$ - لتعيين قيمة d نعوض بإحداثيات النقطة B نجد : $-(2)-(-2)-2(-2)+d=0$ أي $d=-4$ إذن : $(Q):-x-y-2z-4=0$ 	0.5
☜ **التمرين الثالث :**	
1) **أدرس حسب قيم العدد الطبيعي** n ، **بواقي القسمة الاقليدية للعدد** 5^n **على العدد** 7 .	
• **دراسة بواقي القسمة الاقليدية للعدد** 5^n **على العدد 7 :** - لدينا : $5^0\equiv1[7]$ $5^1\equiv5[7]$ $5^2\equiv4[7]$ $5^3\equiv6[7]$ $5^4\equiv2[7]$ $5^5\equiv3[7]$ $5^6\equiv1[7]$	0.75

- بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على العدد 7 تشكل متتالية دورية دورها $p=6$
- من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

n	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$5^n\equiv ...[7]$	1	5	4	6	2	3

0.75

2) **عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1$ قابلا للقسمة على العدد 7**

- **تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1\equiv 0[7]$:**

- لدينا : $19\equiv 5[7]$ ومنه $19^{6n+3}\equiv 5^{6n+3}[7]$ أي $19^{6n+3}\equiv 6[7]$
- ولدينا : $5^{6n+4}\equiv 2[7]$
- إذن : $19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1\equiv 0[7]$ يكافئ $6-2+4n^2+1\equiv 0[7]$

أي $4n^2+5\equiv 0[7]$

ومنه : $4n^2\equiv -5[7]$ إذن $4n^2\equiv 2[7]$

وبالتالي : $n^2\equiv 4[7]$

$n\equiv ...[7]$	0	1	2	3	4	5	6
$n^2\equiv ...[7]$	0	1	4	2	1	4	1

- ومنه : $n^2\equiv 4[7]$ يعني $n\equiv 2[7]$ أو $n\equiv 5[7]$

أي $n=7\alpha+2$ أو $n=7\alpha+5$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$

01

3) **N عدد طبيعي يكتب $\overline{1xx0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5. حيث x عدد طبيعي.**

أ) **عين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35.**

- **تعيين قيم العدد الطبيعي x حتى يكون العدد N قابلا للقسمة على 35:**

- لدينا : $N=1\times 5^3+x\times 5^2+x\times 5^1+0\times 5^0=125+30x$ مع $x<5$

وبالتالي N يقبل القسمة على 35 يعني $N\equiv 0[35]$

أي أن $N\equiv 0[7]$ لأن $N\equiv 0[5]$ و 5 أولي مع 7

وبالتالي $N\equiv 0[7]$ يعني $125+30x\equiv 0[7]$

ومنه : $6+2x\equiv 0[7]$

يعني $2x\equiv -6[7]$ أي $2x\equiv 1[7]$

وبالتالي : $x\equiv 4[7]$

أي $x=7k+4$ مع $x<5$ **إذن من أجل $k=0$ نجد $x=4$**

01

ب) **أكتب العدد N في النظام العشري.**

- **كتابة العدد N في النظام العشري:**

$N=125+30(4)=245$ $N=245$

0.5

☜ التمرين الرابع :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x+3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

	I. 1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 وعند $+\infty$.
$0.25+0.25$	• حساب نهايتي الدالة f : - $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(x+3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)\right)=+\infty$ لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+}\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^+}\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\end{cases}$ - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)\right)=+\infty$ لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=+\infty\end{cases}$
	2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x ، $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ ثم **استنتج اتجاه تغير الدالة f**
0.75	• **حساب** $f'(x)$: $f'(x)=1+3\times\dfrac{\dfrac{2x(3x)-3(x^2+2)}{(3x)^2}}{\dfrac{x^2+2}{3x}}=1+3\times\dfrac{6x^2-3x^2-6}{9x^2}\times\dfrac{3x}{x^2+2}$ أي $f'(x)=1+\dfrac{6x^2-3x^2-6}{9x^2}\times\dfrac{9x}{x^2+2}=1+\dfrac{3x^2-6}{x(x^2+2)}=\dfrac{x^3+3x^2+2x-6}{x(x^2+2)}$ وبالتالي : $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}$ من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x
0.5	• **استنتاج اتجاه تغير الدالة f :** $f'(x)=0$ يعني $\dfrac{(x-1)(x^2+4x+6)}{x(x^2+2)}=0$ ومنه $x-1=0$ أو $x^2+4x+6=0$ (ليس لها حل لان $\Delta=16-24=-8<0$) مع $x\in]0;+\infty[$ ومنه $x=1$ إشارة $f'(x)$ من إشارة $(x-1)(x^2+4x+6)$ لان $x(x^2+2)>0$

x	0		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
x^2+4x+6		$+$		$+$	
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	

- الدالة f متناقصة على المجال $]0;1]$ و متزايدة على المجال $[1;+\infty[$.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f.

- **جدول تغيرات الدالة f :**

0.5

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\|$ $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

4) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

- **دراسة الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$:**

- ندرس إشارة الفرق $f(x)-y$

- لدينا : $f(x)-y=x+3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)-x=3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)$

- $f(x)-y=0$ يعني $3\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=0$

ومنه $\ln\left(\dfrac{x^2+2}{3x}\right)=0$ أي $\dfrac{x^2+2}{3x}=1$

01

- وبالتالي $x^2+2=3x$

إذن : $x^2-3x+2=0$

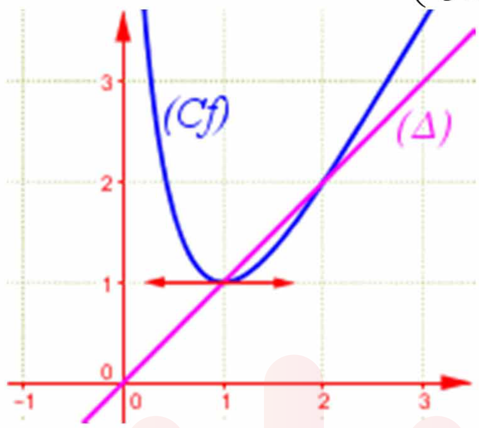
- حساب المميز : $\Delta=(-3)^2-4(1)(2)=9-8=1$

المعادلة تقبل حلين متمايزين هما : $x_1=\dfrac{3-1}{2}=1$ ، $x_1=\dfrac{3+1}{2}=2$

x	0		1		2		$+\infty$
$f(x)-y$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
	$\|$	(C_f) يقع فوق (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) يقع فوق (Δ)	

5) أحسب $f(4)$ ثم أرسم (Δ) و (C_f).

- **حساب $f(4)$:**

- $f(4)=4+3\ln\left(\dfrac{16+2}{3\times4}\right)=4+3\ln\dfrac{18}{12}=5.22$ • الرسم : 	0.25 01
II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بـ : $u_0=\dfrac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$. **1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$.**	
• **البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$:** - نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . -1 من أجل $n=0$ لدينا : $u_0=\dfrac{3}{2}$ إذن $1<u_0<2$ ومنه $P(0)$ صحيحة . -2 نفرض صحة $P(n)$ أي نفرض أن $1<u_n<2$. ونبرهن على صحة $P(n+1)$ أي نبرهن أن $1<u_{n+1}<2$ لدينا : $1<u_n<2$ ومنه $f(1)<f(u_n)<f(2)$ لان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]1;2[$ - ومنه $1<u_{n+1}<2$ لان $u_{n+1}=f(u_n)$ ، $f(1)=1$ و $f(2)=2$ أي $P(n+1)$ صحيحة . - حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n. **من أجل كل عدد طبيعي n، $1<u_n<2$.**	0.75
2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ثم استنتج أنها متقاربة .	
• **دراسة رتابة المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ أي دراسة تغيرات المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:** - **ندرس إشارة الفرق** $u_{n+1}-u_n$ لدينا : $u_{n+1}-u_n=u_n+3\ln\left(\dfrac{u_n^2+2}{3u_n}\right)-u_n=3\ln\left(\dfrac{u_n^2+2}{3u_n}\right)$ - بما أن $u_n\in]1;2[$ فإن $3\ln\left(\dfrac{u_n^2+2}{3u_n}\right)<0$ من أجل $x\in]1;2[$ فإن $f(x)-x<0$ **(السؤال (4))**	0.5

وبالتالي $u_{n+1} - u_n < 0$ ومنه المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة تماما .	
• **استنتاج أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة :** - المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ محدودة من الأسفل بالعدد 1 وهي متناقصة تماما فهي متقاربة وتتقارب من العدد 1 .	0.5
3) عين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.	
• **تعيين نهاية المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$:** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$	0.25